

GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Colaboración de Domaniom para el canal #fisica (IRC Hispano).
<http://fisica.urbenalia.com>

Leyes de Kepler:

- **Ley de las órbitas:** Las órbitas que describen los planetas alrededor del Sol es una elipse, estando el Sol en uno de sus focos.

- **Ley de las áreas:** Las áreas barridas por el radio vector que une el Sol con un planeta son directamente proporcionales a los tiempos empleados en barrerlas.

A tener en cuenta: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I\omega$ $I = mr^2$ $M = \frac{dL}{dt} = I\alpha$

El momento para una fuerza central es 0, por lo que L se mantiene constante.

Velocidad areolar: $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{m}$

- **Ley de los períodos:** Se da entre dos planetas que giran alrededor del Sol:

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3}$$

• **Considerando las órbitas circulares, Newton obtuvo:**

Ley de Gravitación universal: $\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_r$

A tener en cuenta:

$$\vec{F}_{centr} = \vec{F}_{gravi} \longrightarrow ma_N = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \longrightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$$

Campo gravitatorio:

Existe un campo gravitatorio en una región del espacio si una masa colocada en un punto de esa región experimenta una fuerza gravitatoria. El campo gravitatorio es un campo conservativo, es decir, la variación de energía mecánica que provoca en un cuerpo es siempre nula.

Intensidad de un campo gravitatorio: (en un punto) es la fuerza gravitatoria que ejerce el campo sobre la unidad de masa colocada en dicho punto.

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \quad \text{Se mide en N/Kg}$$

r: la distancia desde el centro de la masa que crea el campo al centro de la sujeta.
(Radio de la Tierra: 6370 Km)

Potencial gravitatorio en un punto (A): es el trabajo realizado por dicho campo para trasladar la unidad de masa desde el infinito (es decir, desde fuera del campo) hasta dicho punto.

$$V_A = \frac{E_p}{m} = -G \frac{M_T}{r_A} \quad \text{Se mide en J/Kg}$$

a igual $r \longrightarrow$ igual $V \longrightarrow$ superficies esféricas equipotenciales.

MOVIMIENTO DE SATÉLITES: (naturales y artificiales)

Siendo órbita circular: MCU

$$|\vec{v}| = \text{cte} \quad F_c = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r$$

$$\vec{F}_c = \vec{F}_{grav}$$

$$F_c = F_{grav}$$

$$m \frac{v^2}{r} = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$v^2 = G \frac{M}{r} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

Velocidad de un Satélite terrestre:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_T^2}{R_T + h}}$$

Energía mecánica de un satélite:

Tras desarrollo matemático tenemos que:

$$E_M = -\frac{GMm}{2r} \quad \text{Siendo } r = R + h$$

En órbitas elípticas es igual, pero el radio r se sustituye por el semieje mayor a de la elipse.

Una órbita estacionaria es una en la que el satélite siempre está encima de un mismo punto del planeta. De esta forma, el periodo del movimiento será de 24 horas.

VELOCIDAD DE ESCAPE:

Es la velocidad que debe adquirir un cuerpo para que escape de la atracción terrestre.

Se aplica el principio de conservación de la energía mecánica, por lo que:

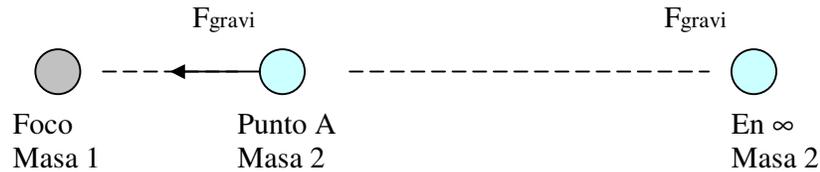
$$\frac{1}{2} m v_e^2 + \left(-\frac{GMm}{R} \right) = 0$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = 11 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (\text{Realmente es el módulo})$$

Es independiente de la masa del objeto y la fórmula es válida para cualquier planeta de masa M y radio R .

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA:

La energía potencial gravitatoria en un punto (A) se explica como el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria cuando una masa se desplaza de infinito a ese punto.



$$E_{p\ grav} = W_{\infty}^A = \int_{\infty}^A \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = -G \frac{m_1 m_2}{r_A}$$

$$E_{p\ grav} = -G \frac{m_1 m_2}{r_A}$$

$$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = G \frac{m_1 m_2}{r_A} - G \frac{m_1 m_2}{r_B} = G m_1 m_2 \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

La energía potencial gravitatoria es negativa debido a que, según el teorema de la energía potencial, el trabajo realizado por una fuerza conservativa es igual a la disminución de energía potencial. Por tanto, conforme la fuerza gravitatoria hace trabajo, la energía disminuye, pues inicialmente, en infinito, era cero.

ENERGÍA POTENCIAL TERRESTRE:

$$E_{p\ grav} = -\frac{GMm}{(R+h)} \quad \text{Siendo } R \text{ el radio de la Tierra.}$$

$$\Delta W_{campo} = -\Delta E_p \quad \text{Si el trabajo tenemos que hacerlo nosotros:} \quad \Delta W_{nos} = \Delta E$$

Para puntos cercanos a la Tierra:

$$\Delta E_p = mg(h_A - h_B) \quad h: \text{ medida desde la superficie.}$$

ENERGÍA MECÁNICA:

$$\Delta E_M = \Delta E_p + \Delta E_C + \Delta E_{p\ elast} \quad (\text{si existe})$$

$$\Delta E_M = 0 \quad (\text{Por ser conservativo})$$

$$\Delta E_M = W_{fuerza\ no\ conservativa} \quad (\text{Si se trata un sistema con fuerzas no conservativas})$$